● Experimentieren und Publizieren

Ulrich Kortenkamp, Berlin

In diesem Artikel werden zwei Erweiterungen Dynamischer Geometrie-Software (DGS) vorgestellt, die bisher vorhandene Lücken schließen und neue didaktische Impulse geben können. Zum einen wird die Unterstützung von Algorithmen in DGS und die Erweiterung durch selbst geschriebene Module beschrieben, wie sie bereits prototypisch in Cinderella implementiert ist. Zum anderen wird CINErella vorgestellt, eine Kombination aus Interaktion und Film, die sich zum Beispiel für die Dokumentation von Forschungsarbeit mit der DGS eignet.

1 Einleitung

Dynamische Geometrie-Software ist inzwischen als dritte Säule des Mathematikunterrichts mit neuen Medien etabliert; sie wird unterstützt von CAS und Tabellenkalkulation. Die Grenzen zwischen den drei Säulen verschwinden zusehends, da die Ergebnisse, die mit einem Paket gewonnen wurden, auch mit den anderen weiterverwendet werden sollen.

In diesem Artikel möchte ich auf Anwendungsszenarios von DGS und verwandter Software eingehen und sie einander gegenüberstellen. Dabei werden Lücken im derzeitigen Softwareangebot identifiziert, die wir über technische Erweiterungen einer DGS zu schließen vermögen. Die technische Umsetzung dieser Erweiterung bietet zudem neue Möglichkeiten für die empirische Forschung zum Einsatz von DGS im Mathematikunterricht.

2 Experimentieren

DGS stellt eigene Welten zum Experimentieren und Forschen zur Verfügung. Die vielfältigen Möglichkeiten sind inzwischen bekannt und dokumentiert. Für den Unterrichtseinsatz existieren Sammlungen fertiger elektronische Arbeitsblätter; DGS hat einen festen Platz in vielen Lehr- und Rahmenplänen.

Zu einem Zeitpunkt, wo die anfängliche Euphorie einer gewissen Routine gewichen ist, lohnt es sich, einen Blick zurück in die Anfänge des DGS-Einsatzes zu wagen, um fehlende Mosaiksteine aus der Vision zu identifizieren.

2.1 Entwicklungsperspektive '91

Schon 1991 zeigt Schumann eine Entwicklungsperspektive für *planimetrische Werkzeuge* auf, die inzwischen durch eine Vielzahl von Systemen zum größten Teil umgesetzt wurde. Insbesondere zählt er die in den folgenden Abschnitten aufgeführten planimetrischen Module auf:

2.1.1 Konstruktionssystem (PKS)

Dieses Modul ist das, was heutzutage den Kern einer DGS darstellt. Die meisten Systeme sind menü-gesteuert, es existieren aber auch kommandobasierte oder alternativ kommandobasierte System wie *Geolog* oder *Z.u.L.*, um nur zwei frühe Vertreter zu nennen.

Entscheidendes Merkmal dieser Systeme ist die Manipulation im Zugmodus, die das Experimentieren im Sinne von "Was-wäre-wenn?" erlaubt. In (K. 1999) wird dargestellt, welche mathematischen Schwierigkeiten bei einer konsistenten Implementierung des Zugmodus auftreten (und eine mathematisch fundierte Lösung für diese Probleme angeboten). Diese sind speziell für die Umsetzung einer DGS in eine experimentierfähige Umgebung zu beachten, da die stoffdidaktische Grundlage der Fachwissenschaft nicht außer Acht gelassen werden kann.

Leider führt die konsequente Umsetzung der Mathematik auch zu neuen didaktischen Schwierigkeiten (u.a. dokumentiert von Gawlick), die bislang nicht ausreichend wissenschaftlich untersucht wurden. Somit bleibt auch im Bereich der reinen Konstruktionssysteme immer noch die offene Frage, wie diese zu gestalten sind, um sie im Unterricht gewinnbringend einzusetzen. Die meisten Untersuchungen differenzieren zunächst zwischen Computereinsatz und herkömmlichen Methoden, und vergleichen nicht mehrere

Programme. Angesichts der schon immensen organisatorischen und methodischen Schwierigkeiten für solche Untersuchungen ist das eine nicht zu unterschätzende Leistung. Es soll aber nicht unerwähnt bleiben, dass die Gestaltung und Ausstattung von DGS nicht allein dem Markt überlassen werden kann, da sonst subjektive oder gar rein finanzielle Gründe über die eingesetzte Software entscheiden, und nicht didaktische oder fachwissenschaftliche Argumente. Aus diesem Grund ist es dringend geboten, eine größere Vergleichsstudie durchzuführen.

2.1.2 Berechnungssystem (PBS)

Längen, Winkel und Flächen sollen gemessen werden können, und die gemessenen Werte sollen numerisch für weitere Berechnungen zur Verfügung stehen. Die Berechnungen sind dynamisch; der Zugmodus verändert die gemessenen Werte und die daraus resultierenden Ergebnisse.

Die meisten kommerziellen Programme (Cabri, Sketchpad, Euklid Dynageo) unterstützen diese Berechnungen in der einen oder anderen Form. Zum Experimentieren ist ein solches Modul gerade dadurch geeignet, dass ein Bezug zwischen realen Daten und der Modellierung im Computer hergestellt werden kann. Die virtuellen Experimente werden im Umfeld der Schülerinnen und Schüler verankert.

2.1.3 Algebrasystem (PAS)

Hier fordert Schumann die bereits oben angesprochene Konvergenz: Computeralgebra-Systeme sollen so an DGS angebunden werden, dass Generalisierungen möglich sind und konstruierte Figuren symbolisch behandelt werden können.

Die Umsetzung dieser Forderung erfordert erhebliche konzeptionelle Arbeit. Die bisher verfügbaren Systeme, die Ansätze in dieser Richtung zeigen (Geonext und das u.a. in diesem Band von Hohenwarter vorgestellte GeoGebra) geben zwar vor, Computeralgebra-Systeme zu enthalten, doch diese beschränken sich auf die Definition und einfache symbolische Manipulation von Formeln. Damit erfüllen sie eher die Anforderungen an ein planimetrisches Berechnungssystem, nicht aber an ein planimetrisches Algebrasystem. Dies soll nicht den didaktischen Wert dieser Module schmälern! Als PBS sind sie eine große Bereicherung für den Unterricht.

Wie schwer die wirkliche Umsetzung eines PAS ist, kann man an dem jüngst vorgestellten System Feli-X von Oldenburg (2002) sehen; die immensen Möglichkeiten einer echten CAS-Umgebung gehen teilweise zu Lasten der einfachen, unmittelbaren Manipulation. Ein Einsatz in der Schule scheint derzeit noch in weiter Ferne zu liegen; zu sehr ähnelt die Benutzung des Systems einer Gratwanderung. Dies liegt keineswegs in der Verantwortung von Oldenburg: Die Freiheit des CAS ist eben auch die Freiheit, mit wenigen Symbolen die Komplexität der Berechnung zu sprengen. Schränkt man diese Freiheit ein, so werden die Schülerinnen und Schüler wieder "an der kurzen Leine geführt"; — dann wiederum braucht man kein CAS mehr. Gerade die Arbeit von Oldenburg ist aber ein notwendiger Schritt hin zu einer konsequenten Umsetzung, und die mit Feli-X gewonnenen Erfahrungen müssen in eine weitere Konzeption einfließen.

2.1.4 Hypothesen-Prüfsystem (PHS)

Schumann bezieht sich hier auf "Mechanical Geometry Theorem Proving", also die automatische Generierung von Beweisen für Sätze der Geometrie mit Hilfe eines Computers (oder eines sonstigen technischen Hilfsmittels). Es existiert eine große Gemeinde von Wissenschaftlern, die sich mit diesem Gebiet der Mathematik beschäftigen, zum größten Teil wird die Arbeit dort aber nicht in der Mathematikdidaktik wahrgenommen. Dieses ist in den fernab der Schulmathematik liegenden Methoden für die dortigen Beweise, die meist aus der Algebra stammen, begründet. Die automatisch generierten Beweise haben für sich genommen wenig didaktischen Wert; da meist von Schülerinnen und Schülern weder die Methode noch die konkrete Beweisführung auch nur ansatzweise verstanden werden kann, sind sie dem "Autoritätsbeweis" ("Das ist so.") nicht überlegen.

Solche "Beweise" kann man auch durch das Verifizieren im Zugmodus ersetzen, sofern nicht programminterne Details falsche Tatsachen vorspiegeln (siehe dazu Hölzl, 1994, der auf die Problematik halbfreier Punkte auf Strecken, die das Teilungsverhältnis gleich halten, hinweist).

Es gibt aber auch durchaus viel versprechende Ansätze, ein PHS-Modul in eine DGS zu integrieren. Gao (2004) stellte mit dem — leider nur schwer erhältlichen — Geometry Expert (inzwischen MMP/Geometer) ein System vor, welches mehrere verschiedene Beweisstrategien enthält. Die automatisch gefundenen Beweise können in textueller Form angezeigt werden. So sehr allerdings die Beweiskompetenz (es werden für alle relevanten Sätze Beweise gefunden) beeindruckt, so wenig ist klar, wie diese im Unterricht Gewinn bringend eingesetzt werden können.

Die DGS Cinderella integriert ein Beweismodul, welches zur Gestaltung von interaktiven Arbeitsblättern mit Kontrollfunktion genutzt werden kann. Die eigentlichen Beweise sind nicht zugreifbar, stattdessen wird ausgenutzt, dass das Programm den individuellen Fortschritt innerhalb einer Aufgabe analysieren kann. Auf dieser Grundlage entstand die Schulversion der DGS (Richter-Gebert & K. 1999). Weitere Informationen finden sich in (K. & Richter-Gebert 2004) und (K. 1999).

2.1.5 Programmiersystem (PPS)

Das letzte von Schumann gewünschte Modul ist bisher von den Herstellern[1] von DGS ignoriert worden. Die gewünschte "komfortable grafische Benutzersprache" zur "direkten Manipulation" existiert in dieser Form bisher in keinem mir bekannten Programm. Es ist daher nicht möglich, algorithmische Fragestellungen in DGS zufrieden stellend zu behandeln, selbst wenn diese sich ausdrücklich mit geometrischen Sachverhalten beschäftigen.

Sollte ein vollständiges CAS (beispielsweise Mathematica oder Maple) an eine DGS angebunden werden können, so würde dieses natürlich eine mächtige Programmierumgebung bieten; in Feli-X kann dies zum Beispiel zur automatisierten Herstellung von Konstruktionen verwendet werden. Komfortabel und grafisch ist dies aber nicht, und man wird Schülerinnen und Schülern wohl kaum zumuten, in einem solchen System algorithmische Fragestellungen zu untersuchen.

2.2 Algorithmen im Unterricht

Besteht überhaupt Bedarf für das Programmier-Modul? Was könnte man mit dem — bislang hypothetischen — Einsatz bezwecken? Dies soll in den nächsten Abschnitten geklärt werden, die sich mit Algorithmen im Mathematikunterricht beschäftigen. Ausdrücklich sind damit nicht Standardalgorithmen wie das schriftliche Multiplizieren oder Dividieren gemeint, sondern weiterführende strukturierte Vorschriften, die komplexe Probleme durch die Zerlegung in einfachere Einzelprobleme lösen.

2.2.1 Logo

Die Idee, algorithmisches Denken im Unterricht zu schulen, ist nicht neu, und mit der Programmiersprache Logo ist auch schon seit mehr als zwei Jahrzehnten eine gute Lösung verfügbar, mit der die Grundkonzepte von Algorithmen vermittelt werden können. Hier handelt es sich tatsächlich um eine komfortable grafische Benutzersprache für die Manipulation von Grafik; lediglich das Konzept von geometrischen Objekten ist nur bedingt vorhanden. Es handelt sich aber ganz klar nicht um ein Modul, welches mit den anderen genannten Modulen kompatibel ist; diese Kompatibilität (im Sinne des einfachen Austausch von Daten und Konzepten) ist jedoch eine wichtige Forderung, die Schumann mit einem Diagramm des K_5, dem vollständigen Graphen auf 5 Knoten, illustriert:

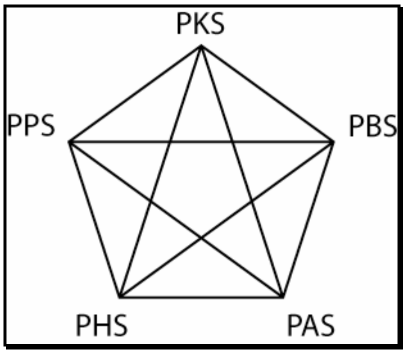

Abb. 1: Erwünschte Kompatibilität unter Planimetrischen Modulen nach Schumann (1991)

Gemäß den bisherigen Ausführungen existieren zwar alle Knoten dieses Graphen, — die Kanten, d.h. die Querverbindungen zwischen den einzelnen Modulen, jedoch nicht.

2.2.2 Diskrete Mathematik

Gerade die diskrete Mathematik, und dort insbesondere die Graphentheorie, bietet sich für algorithmische Fragestellungen an. Viele interessante Probleme lassen sich mit Hilfe von Graphen modellieren, und mit einfachen Algorithmen wie Tiefen- oder Breitensuche lösen. Optimierungsfragen können oft mit Kürzeste-Wege-Algorithmen oder minimalen aufspannenden Bäumen gelöst werden.

Es ist keine neue Idee, Graphen und Algorithmen in den Schulunterricht zu bringen (siehe z.B. Bodendiek 1973); neu ist, dass diesen Themen in den Lehr- und Rahmenplänen der Länder mehr Platz zugestanden wird. Die Kompetenzen, die in diesem Gebiet erworben werden können, sind Bestandteil der Bildungsstandards der KMK. So nennen

[1] Als Hersteller bezeichnen wir hier alle diejenigen, die mit der Entwicklung von DGS befasst sind. Schumann (1991) spricht hier "Teams aus Geometriedidaktikern, Informatikern, professionellen Programmierern und Geometrielehrern" an; in der Realität sind diese Teams eher vermöge Personalunion aus ein bis zwei Personen zusammengesetzt.

beispielsweise die Bildungsstandards für den Hauptschulabschluss das Reflektieren und kritische Beurteilen von "Darstellungen von Zuordnungen, Zeichnungen, strukturierte[n] Darstellungen [und] Ablaufplänen" im Anforderungsbereich III (Verallgemeinern und Reflektieren).

2.3 Algorithmen in DGS

Es gibt zurzeit keine Möglichkeit, Graphenalgorithmen innerhalb einer DGS zu untersuchen, obwohl die Darstellung von Graphen durchaus nahe legt, das es sich um ein geometrisches Problem handelt. Spezielle Visualisierungen von einzelnen Graphenalgorithmen oder auch ganze Programmpakete (z.B. CATBox/GATO von Schliep & Hochstättler 2001) wirken auf den ersten Blick wie DGS! Die Ähnlichkeit beschränkt sich aber auf die interaktive Eingabe der Graphen. Es wäre wünschenswert, wenn die durch ein weiteres Programmpaket in den Unterricht gebrachte Komplexität umgangen werden könnte, d.h., wenn ein PPS implementiert wäre, mit dem algorithmische Aspekte in Geometriesoftware aufgenommen werden können.

Aus dieser Motivation heraus wurde eine Programmierschnittstelle für die Java-basierte DGS Cinderella entwickelt, mit der es erstmals möglich wird, selbst entwickelte (aber natürlich auch vorgefertigte) Algorithmen direkt auf geometrischen Konstruktionen ablaufen zu lassen.

Abb. 2: Ein in Cinderella modellierter Graph

Die Algorithmen können schrittweise abgearbeitet werden, so dass für verschiedene Eingabedaten nachvollzogen werden kann, wie der Algorithmus arbeitet. Zusätzlich können die Algorithmen aber auch interaktiv verwendet werden: Während die Eingabe im Zugmodus manipuliert wird, wird für jede Position neu der gesamte Algorithmus durchlaufen, und die Anzeige aktualisiert.

Diese algorithmische Schnittstelle ist derzeit nur experimentell; es fehlen Erfahrungen zum Unterrichtseinsatz. In Anbetracht des "Arbeitsprogramms" in (Schumann 1991) wird hier aber damit begonnen, eine Lücke zu schließen. Die sich daraus ergebenden didaktischen Konsequenzen sind noch nicht abzusehen. In Abschnitt 4 gehen wir auf diesen Punkt noch einmal ein.

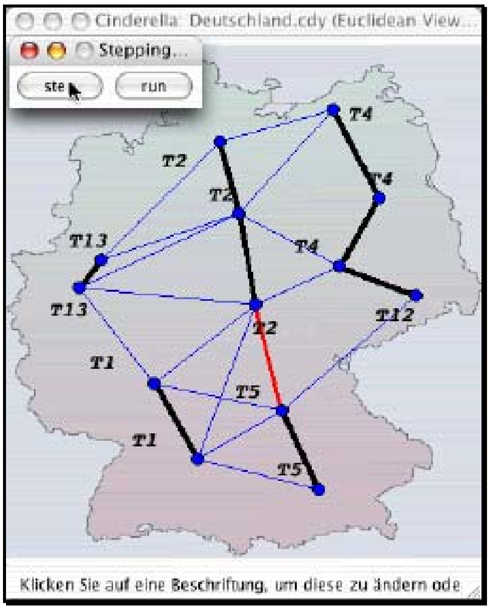

Abb. 3: Ein Phasenfoto aus der Bestimmung eines minimalen spannenden Baumes mit dem Algorithmus von Boruvka. Es ist bereits ein Wald (fette Kanten) bestimmt worden, der nun durch weitere Kanten zu einem einzigen Baum verschmilzt.

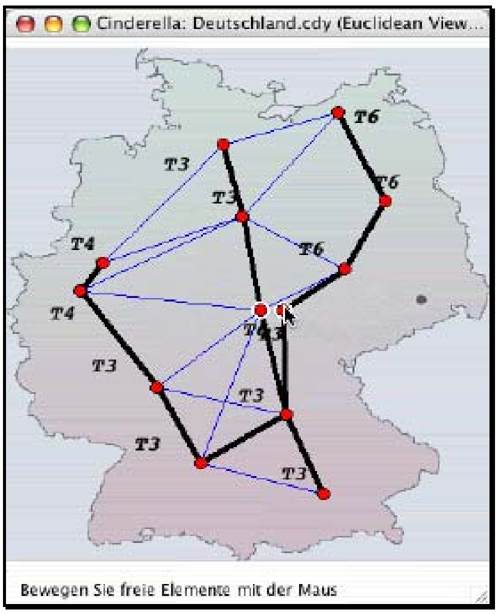

Abb. 4: Dresden wird verschoben, der minimale aufspannende Baum verändert sich in Echtzeit.

3 Publizieren

Ergebnissicherung und Reflektion sind unverzichtbare Bestandteile des Forschens und Entdeckens. Ein Unterricht, in dem Schülerinnen und Schüler experimentieren, zieht einen Teil seines Erfolges daraus, dass es einen gewissen Zwang zur Niederschrift des Gesehenen, Gesagten, und Gedachten gibt.

DGS sind prädestiniert für die Aufbereitung und Publikation von geometrischen Daten. Wir stellen nun vier Publikationsformen vor.

3.1 Herkömmlicher Druck

Jede gute DGS ist in der Lage, die dargestellte Grafik in hoher Auflösung für den Ausdruck aufzubereiten. Gerade weil im Zugmodus einfach Korrekturen angebracht werden können, sind mit dem Computer erzeugte Figuren oft besser — in vielerlei Hinsicht — als die von Hand gezeichneten Pendants. Es ist immer noch wichtig, dass die händische Arbeit gerade in den unteren Jahrgangsstufen nicht vom Computer verdrängt wird; für feinmotorisch unbegabte Schülerinnen und Schüler ergibt sich mit dem Computer aber eine große Chance, Erfolgserlebnisse zu haben, auf die sie sonst verzichten müssten.

Die Ästhetik der Mathematik und insbesondere der Geometrie leidet nicht durch den Computer, sondern ihr wird zu einer neuen Dimension verholfen, die es zu nutzen gilt.

3.2 Interaktiv im WWW

Geht es um dynamische Zusammenhänge, so ist die Darstellung auf Papier oft nicht angemessen. Dies wird selbst in diesem Artikel klar: Abbildung 3 ergibt nur durch einen zusätzlichen Erklärungstext Sinn; schöner und deutlicher wäre es, könnte man die dort beschriebene Manipulation selbst durchführen.

Moderne DGS ermöglichen es, interaktive Konstruktionen als Webseiten abzuspeichern, wobei die Dynamik erhalten bleibt. Dabei wird entweder auf das plattform-unabhängige Java (Cinderella, Geonext, GeoGebra, Cabri Java, Java Sketchpad, Z.u.L.) oder hersteller-abhängige Lösungen wie ActiveX (Euklid Dynageo) zurückgegriffen. Die Funktionalität der Java-Versionen variiert stark, doch alle bieten wenigstens den Zugmodus. Bei manchen Produkten kann man auch die Konstruktion Schritt für Schritt einblenden lassen, oder mit Aktions-Schaltflächen Teile der Konstruktion zeigen oder verstecken.

3.3 Bildschirm-Videos

Es gibt verschiedene Softwareprodukte, mit denen "Filme" vom Bildschirminhalt aufgezeichnet werden können. Damit kann man manche Abläufe besser, als unter 3.2 beschrieben, erfassen und wiedergeben. An Stelle von langatmigen Erklärungen ("Ziehe zuerst an A in Richtung B. Dann verschiebe M auf S und schaue, was passiert. …") können fertige Sequenzen abgespielt werden.

Im Internet-Projekt MADIN wurden solche Filme eingebunden, ebenso wie die im vorherigen Abschnitt beschriebenen interaktiven Darstellungen.

3.4 CINErella

Die Darstellung über eine interaktive WWW-Seite stellt eine Erweiterung der Interaktionsmöglichkeiten dar. Die Darstellung als Film erweitert — im Vergleich zum statischen Ausdruck — die Konstruktion um die Zeit-Dimension.

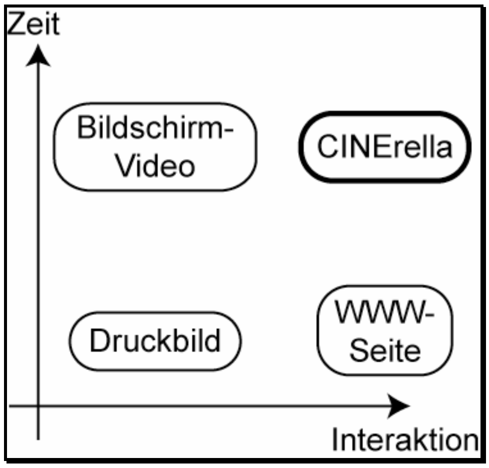

Abb. 5: Einordnung von CINErella

In Abb. 5 sind diese Beziehungen schematisch dargestellt. Zusätzlich ist in der Grafik die neue Cinderella-Erweiterung CINErella eingeordnet, die die Vorteile der Interaktion und des automatischen Abspielens miteinander verbinden soll.

Mit CINErella kann die gesamte Interaktion mit der DGS "mitgeschnitten" werden. Dabei werden allerdings keine Bildschirmfotos aufgezeichnet, sondern die abstrakt (im Koordinatensystem der DGS) dargestellten Bewegungen und Aktionen der Maus. Diese können dann wieder abgespielt werden, so dass der Bewegungsablauf reproduziert wird. Als erster Vorteil gegenüber dem Mitschnitt gegenüber der in 3.3 dargestellten Methode lässt sich festhalten, dass die Speicherung wesentlich kompakter ist als wenn für jedes

Einzelbild ein aus Pixeln zusammengesetztes Bild gespeichert wird. In nur wenigen Kilobyte kann eine lange Sequenz gespeichert und — wichtiger! — übertragen werden. Dadurch ist das CINErella-Verfahren gerade für Internet-basierte Lehr-/Lernumgebungen hervorragend geeignet.

Die Speicherung als Folge von Manipulationen einer Konstruktion ist aber auch aus weiteren Gründen sinnvoll. Mit Bilddaten wäre es nicht möglich, in einen Film "einzugreifen" und die aktuell vorhandene Konstruktion eigenhändig mit der Maus zu manipulieren. Mit CINErella kann man diese Funktionalität leicht zur Verfügung stellen. Damit sind interaktive Tutorials machbar, die die Lernenden mit einbeziehen und ihnen Hilfestellungen geben sowie Vorgaben machen. So kann beispielsweise die Konstruktion der Mittelsenkrechten z.T. vorgeführt werden (zwei Kreise werden eingefügt); und diese Konstruktion soll dann durch das Einzeichnen der Mittelsenkrechten vervollständigt werden. Da sich diese Beispiele nicht in einem gedruckten Artikel wiedergeben lassen, stehen sie unter http://cinderella.de/cinerella bereit.

Zusätzlich zu den Konstruktionsdaten kann auch eine Tonspur angelegt werden, die dann synchron abgespielt wird. Wird keine Tonspur mitgeschrieben, so werden Leerlaufzeiten automatisch gekürzt, außerdem können die Dateien auch mit höherer Geschwindigkeit abgespielt werden (*fast forward*).

Ein Nachteil muss allerdings auch verzeichnet werden: Mit CINErella gespeicherte Sequenzen können nicht einfach rückwärts gespielt werden; diese Navigation muss aufwändig neu gerechnet werden, denn aus einer Folge von Maus-Aktionen kann zwar der Zustand einer Konstruktion nach dem Ausführen dieser Aktionen berechnet werden, aber es ist nicht ohne weiteres möglich, aus einer Aktion den Zustand vor deren Durchführen zu berechnen. Wenn zum Beispiel eine gespeicherte Aktion "bewege Maus mit gedrückter Taste von (x_0,y_0) nach (x_1,y_1)" lautet, und bei (x_1,y_1) befindet sich nach dieser Aktion ein Punkt, so kann nicht entschieden werden, ob dieser durch diese Aktion von (x_0,y_0) nach (x_1,y_1) verschoben wurde oder ob er sich bereits vorher bei (x_1,y_1) befand.

Es ist ebenfalls nicht möglich, nach dem Eingriff des Benutzers einen begonnenen CINErella-Film weiter abzuspielen, da es dabei zu verwirrenden Inkonsistenzen kommen könnte. Es ist nicht klar, ob an dieser Stelle das Beweissystem von Cinderella helfen könnte, um in eindeutigen Fällen doch nach einer Unterbrechung fortsetzen zu können.

3.5 Elektronische Lerntagebücher

Alle in den vorigen Abschnitten vorgestellten Dokumentationsmöglichkeiten eignen sich für die Erstellung von Lerntagebüchern. Wenn es möglich ist, elektronische Lerntagebücher — also zum Beispiel WWW-Seiten — herstellen zu lassen, dann kann die CINErella-Erweiterung neue Impulse liefern. Die Schülerinnen und Schüler können "vormachen", was sie meinen, und den Film in ihre Dokumentation übernehmen.

Es muss aber beachtet werden, dass diese einfache Art der Dokumentation nur dort angewandt wird, wo es darum geht, sonst nicht anders zu beschreibende Sachverhalte darzustellen. Diese Erleichterung darf nicht dazu missbraucht werden, das Denken zu vermeiden und die Formulierung in Sätzen zu ersetzen. Schülerinnen und Schülern, deren Tagebuch aus Textbrocken wie "und dann habe ich *so* gemacht, und dann *das*, und dann noch *dieses*" besteht, fehlt die Schulung ihrer Kommunikations- und damit Strukturierungsfähigkeiten.

4 Zusammenfassung und Aussichten

In diesem Artikel wurden zwei Lücken identifiziert, die seit über einem Jahrzehnt von keiner DGS gefüllt werden konnten. Die Entwicklung eines *planimetrischen Programmiersystem* wurde bereits 1991 gefordert, erste Schritte in diese Richtung haben wir hier beschrieben.

Die beschriebenen Erweiterungen waren zum Zeitpunkt der Dillinger Tagung 2003 nur in der Entwicklerversion von Cinderella implementiert. Für 2005 ist die Veröffentlichung von Cinderella.2 angekündigt, in der diese Schnittstellen weiter ausgebaut und vereinheitlicht wurden. Im Projekt Visage (G6) des DFG-Forschungszentrum Matheon wurden zudem Unterrichtsmaterialien für den computergestützten Unterricht zur Diskreten Mathematik entwickelt, die derzeit evaluiert werden. Diese basieren auf den Erfahrungen mit dem hier beschriebenen Prototypen.

Unter anderem kann Cinderella.2 nun in der Skriptsprache Python erweitert werden; damit ergeben sich weitere Anwendungsmöglichkeiten auch im Informatik-Unterricht.

Auf der GDM-Tagung 2005 haben Schumann und Knapp vorgestellt, wie Instruktionsvideos für die Einführung in DGS verwendet werden können. Hier bietet es sich an, die Neuerungen von CINErella zu verwenden, um von der narrativen Präsentation zur interaktiven Rezeption zu gelangen.

Die Umkehrung der Abspielrichtung von CINErella-Videos ist eine wünschenswerte Ergänzung. Hier sollte erforscht werden, ob dies effizient möglich ist, und welche zusätzlichen Daten hierfür gespeichert werden müssten. So genannte *keyframes*, also die Abspeicherung der Gesamtsituation in festgelegten (kurzen) Zeitintervallen, wären eine Möglichkeit, das Problem zu lösen.

Zuguterletzt soll auf die neuen Möglichkeiten in der empirischen Unterrichtsforschung eingegangen werden. Die mit CINErella mitgeschnittenen Sequenzen liegen nämlich in einer statistisch auswertbaren Form vor. Das kompakte Datenformat lässt es zu, die Arbeit aller Schülerinnen und Schüler einer Klasse über mehrere Schulstunden hinweg auf dem Rechner zu speichern. Diese Dateien werden mit einem Zeitcode versehen, so dass die Interaktionen mit zusätzlichen Videoaufnahmen synchronisiert werden können. Diese elektronischen Transkripte sind nicht nur leichter handhab- und herstellbar, sondern sie sind auch statistischen Methoden zugänglich, so dass auffällige oder besonders interessante Verhaltensmuster schnell aufgefunden werden können. Zudem können Konstruktionen, die im Unterricht durchgeführt wurden, sofort "benutzt" werden, z.B., um sie auf Korrektheit zu prüfen (diese ist aus einem Video allein nicht immer leicht zu erkennen).

Basierend auf diesen Neuvorstellungen sollen jetzt konkrete Unterrichtserfahrungen gesammelt werden.

Literatur

Bodendiek, Rainer (1973): Ecken, Wege, Bäume, Zahlen: Graphentheorie in der Schule. Freiburg: Herder

Elschenbroich, Hans-Jürgen, Thomas Gawlick & Hans-Wolfgang Henn (2001): Mathematische und didaktische Aspekte Dynamischer Geometrie-Software. Hildesheim & Berlin: Franzbecker

Gao, Xiao-Shao (2004): MMP/Geometer — A Software Package for Automated Geometry Reasoning. In: F. Winkler (Hrsg.) (2004): Automated Deduction in Geometry 2002. Berlin u.a.: Springer, 44–66

Hohenwarter, Markus (2005): Bidirektionale Verbindung von dynamischer Geometrie und Algebra in GeoGebra. In diesem Band

Hölzl, Reinhard (1994): Im Zugmodus der Cabri-Geometrie. Weinheim: DSV

Kortenkamp, Ulrich (1999): Foundations of Dynamic Geometry. ETH Zürich: Dissertation

Kortenkamp, Ulrich (2001): Decision complexity in dynamic geometry. In: Dongming Wang (Hrsg.) (2001): Proceedings of ADG 2000, Lecture Notes in Artificial Intelligence 2061. Heidelberg u.a.: Springer, 167–172

Kortenkamp, Ulrich (2004): Experimental Mathematics and Proofs — What is Secure Mathematical Knowledge? In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 36, 61–66

Kortenkamp, Ulrich & Jürgen Richter-Gebert (1998): In: Association for the Advancement of Computing in Education (Hrsg.) (1998): Geometry and Education in the Internet Age. Proceedings of ED-MEDIA 98. Charlottesville, VA: AACE, 790–799

Kortenkamp, Ulrich & Jürgen Richter-Gebert (2004): Using Automatic Theorem Proving for Enhancing the User Interface of Geometry Software. In: Paul Libbrecht (Hrsg.) (2004): Proceedings of MathUI 2004, Bialowiecza, Polen: MKM. http://www.activemath.org/~paul/MathUI/proceedings/ATP_UI_Cinderella.html

Kultusministerkonferenz (2004): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss (Jahrgangsstufe 9). Beschluss vom 15.10.2004. Bonn. Online unter http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Hauptschule_Mathematik_BS_307KMK.pdf

Oldenburg, Reinhard (2002): Feli-X: Ein Prototyp zur Integration von CAS und DGS. In: Peter Bender et al. (Hrsg.) (2002): Lehr- und Lernprogramme für den Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker, 123–132

Oldenburg, Reinhard (2004): Feli-X — ein Computeralgebra-gestütztes dynamisches Geometrieprogramm. In: Computeralgebra-Rundbrief 34

Oldenburg, Reinhard (2005): GeoGebra: Dynamische Geometrie mit etwas Algebra. In: Computeralgebra-Rundbrief 36

Richter-Gebert, Jürgen & Ulrich Kortenkamp (2000): Die interaktive Geometrie-Software Cinderella, Schulversion. Stuttgart: Klett Software-Verlag

Schliep, Alexander & Winfried Hochstättler (2001): Developing Gato and CATBox with Python. Teaching graph algorithms through visualization and experimentation. In: Jon Borwein, Maria Haydee Morales, Konrad Polthier & Jose Francisco Rodrigues (Hrsg.) (2001): Proceedings of MTCM 2000. Heidelberg u.a.: Springer, 291–310

Schumann, Heinz (1991): Schulgeometrisches Konstruieren mit dem Computer. Stuttgart: Metzler & Stuttgart: Teubner (besonders 219f.)

Schumann, Heinz & Olaf Knapp (2005): Instruktionsvideos für das Arbeiten mit Computerwerkzeugen. Erscheint in: Beiträge zum Mathematikunterricht 2005. Hildesheim: Franzbecker

Stein, Martin, Uwe-Peter Tietze, Hans-Georg Wiegand & Thomas Weth (2004): MADIN — eine internetgestützte Lehr-Lernumgebung für das Lehramtsstudium Mathematik http://www.madin.net